

آزمون فرض

آزمون فرض چیست؟

- یک ادعای در مورد پارامتر جامعه
- از دو فرض تشکیل شده است.
فرض صفر و فرض یک

فرض صفر

- ما بدنبال آزمون این فرضیه هستیم
- همیشه تساوی در این فرضیه قرار دارد.
- نشان دهنده عدم وجود اختلاف در جامعه مورد بررسی میباشد.
- این فرضیه رد یا قبول میشود.

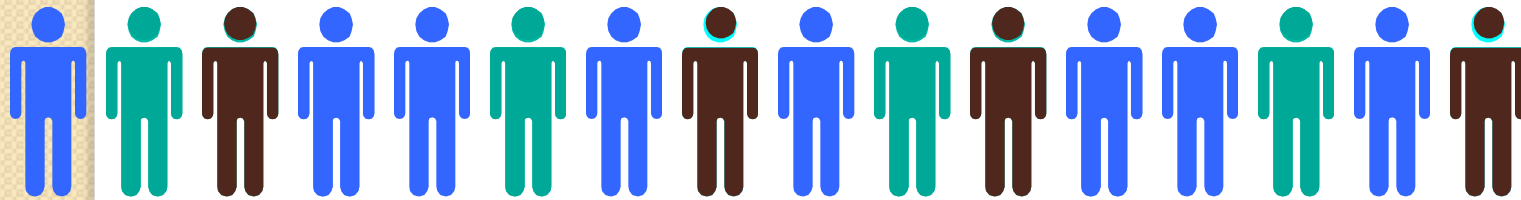
فرض یک یا مقابل

- فرضیه مقابل فرضیه صفر است.
- هیچگاه تساوی نمیگیرد
- با توجه به این فرضیه یک طرفه یا دوطرفه بودن آزمون مشخص میشود.
- معمولاً ادعای محقق در این قسمت قرار میگیرد.

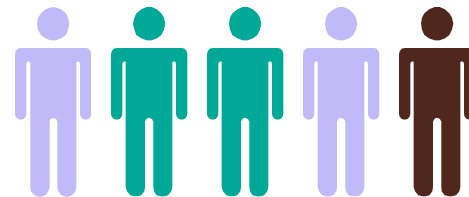
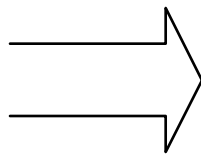
روند انجام آزمون فرض

- ابتدا یک ادعا مطرح میشود.
- مثال: میانگین سنی جامعه 50 سال است.
- $H_0: \mu = 50,$ $H_1: \mu \neq 50$
- از جامعه مورد نظر نمونه گرفته و میانگین آن را محاسبه میکنیم

Population



Sample



روند انجام آزمون فرض

فرض میکنیم میانگین سن در نمونه 20 بدست آمد. $\bar{X} = 20$

میانگین نمونه با عدد 50 متفاوت است. پس فرض صفر رد میشود.

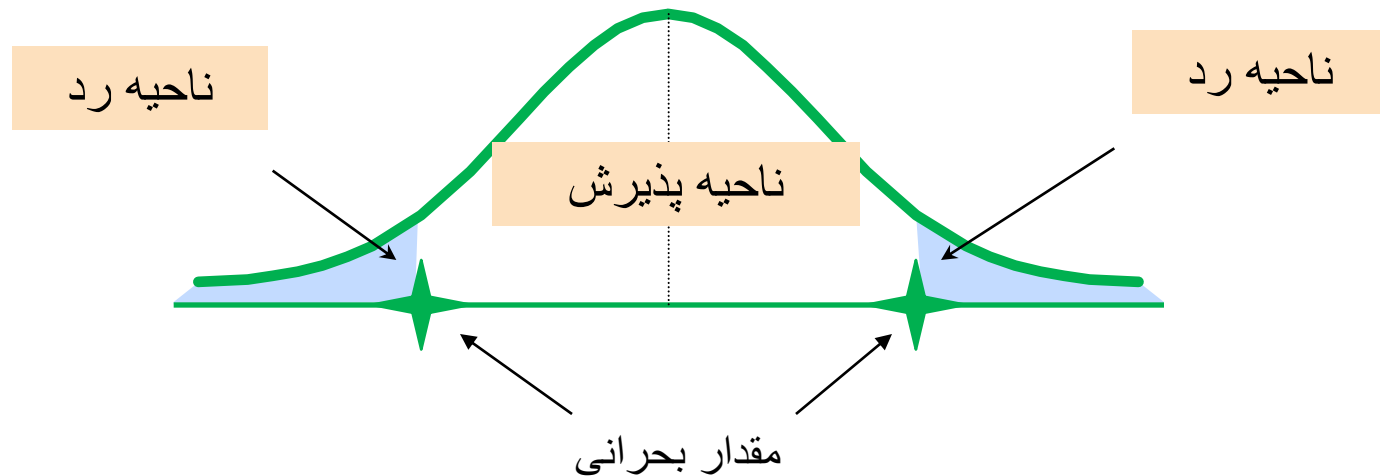
به عبارت دیگر، اگر ادعا درست باشد احتمال دیدن اختلاف بین شاخص بدست آمده در نمونه با مقدار مورد نظر باید کم باشد.

با توجه به مقدار بدست آمده در نمونه، بسیار دور از انتظار است که میانگین جامعه 50 باشد.

آماره آزمون و ناحیه رد

- اگر مقدار شاخص بدست آمده برای نمونه با مقدار ادعا شده فاصله داشته باشد، فرض صفر رد میشود.
- اگر مقدار شاخص بدست آمده برای نمونه با مقدار ادعا شده فاصله نداشته باشد، فرض صفر رد نمیشود.
- سوال: مشاهده چه میزان اختلاف منجر به رد فرض صفر میشود؟
- ناحیه رد که با توجه به آماره آزمون تعیین میشود این اختلاف را مشخص میکند.

آماره آزمون و ناحیه رد

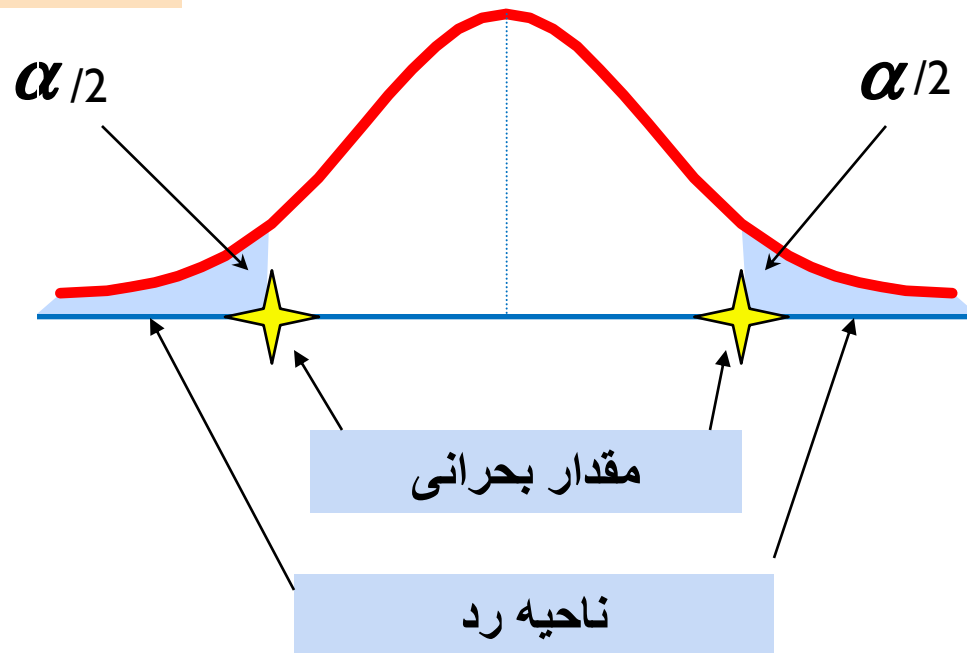


سطح معناداری و ناحیه رد

$$H_0: \mu = 30$$

$$H_1: \mu \neq 30$$

$$\alpha = \text{سطح معناداری}$$



با توجه به اینکه فرض مقابل دوطرفه است، آزمون دو دامنه یا دو طرفه میشود.

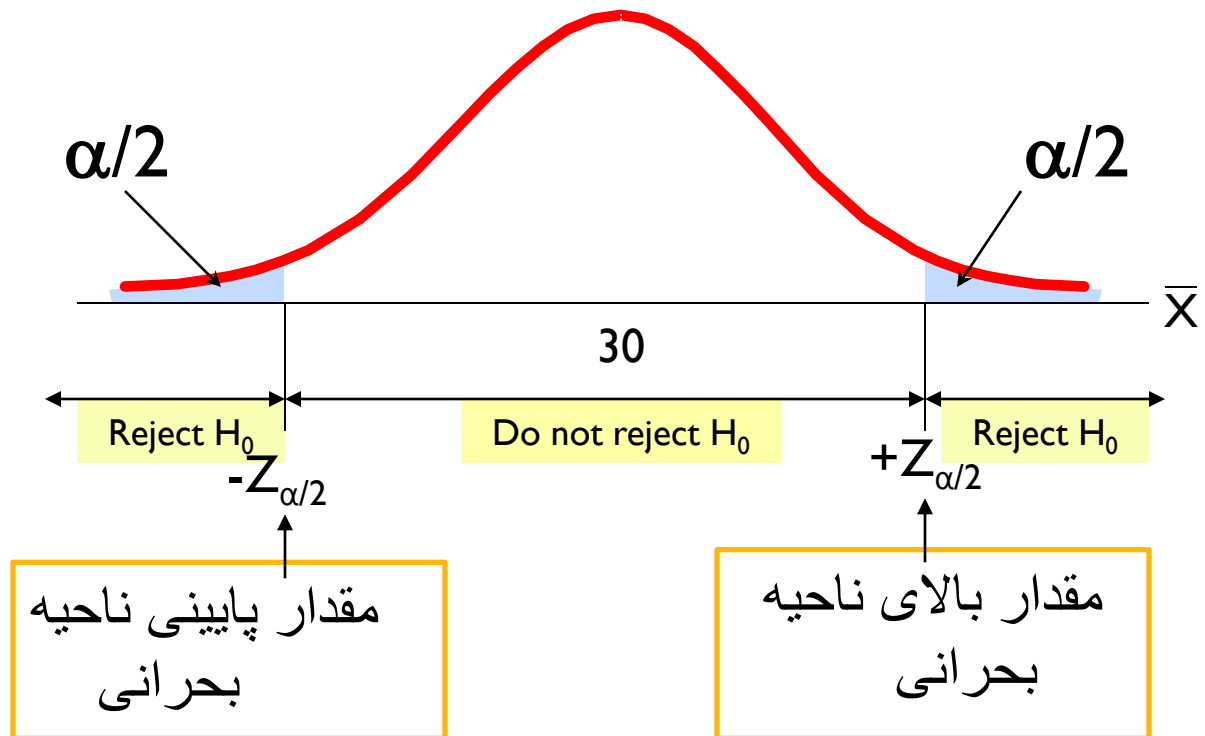
Z آزمون

$$Z_{\text{STAT}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

آزمون دو دامنه

$$H_0: \mu = 30 \quad H_1: \mu \neq 30$$

■ برای این آزمون دو مقدار بحرانی تعیین میشود



6 گام در آزمون فرض با استفاده از مقدار آزمون

- فرض صفر و مقابل نوشته شود.
- سطح معناداری و حجم نمونه مشخص شود.
- آزمون آماری مناسب انتخاب شود.
- مقدار بحرانی، ناحیه رد و پذیرش مشخص شود.
- داده ها جمع آوری و آماره آزمون محاسبه شود.
- با توجه به مقدار آماره آزمون، نتیجه گیری صورت میگیرد.

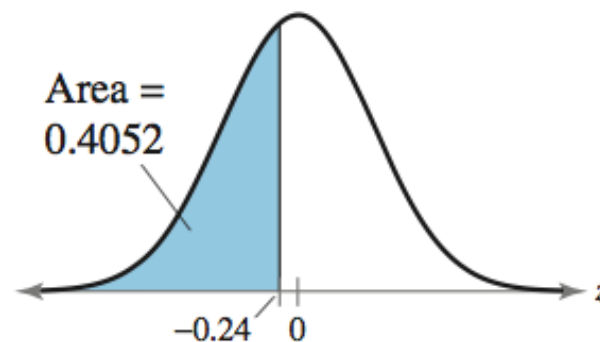
نتیجه گیری با توجه به مقدار بحرانی

- آزمون دوطرفه میانگین زمانی که واریانس معلوم است:
- آماره آزمون Z_{STAT} را محاسبه میکنیم.
- با توجه به مقدار α ، Z متناظر را از جدول نرمال استاندارد بدست می آوریم.
- قانون تصمیم گیری: اگر آماره آزمون در ناحیه بحرانی قرار بگیرد فرض صفر رد میشود در غیر این صورت فرض صفر رد نمیشود.

یافتن نقطه بحرانی



z	.09	.08	.07	.06	.05	.04	.03
-3.4	.0002	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003
-3.3	.0003	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004
-3.2	.0005	.0005	.0005	.0006	.0006	.0006	.0006
-3.1	.0006	.0006	.0006	.0007	.0007	.0007	.0007
-3.0	.0008	.0008	.0008	.0008	.0008	.0008	.0008
-2.9	.0010	.0010	.0010	.0010	.0010	.0010	.0010
-2.8	.0012	.0012	.0012	.0012	.0012	.0012	.0012
-2.7	.0014	.0014	.0014	.0014	.0014	.0014	.0014
-2.6	.0016	.0016	.0016	.0016	.0016	.0016	.0016
-2.5	.0018	.0018	.0018	.0018	.0018	.0018	.0018
-2.4	.0020	.0020	.0020	.0020	.0020	.0020	.0020
-2.3	.0022	.0022	.0022	.0022	.0022	.0022	.0022
-2.2	.0024	.0024	.0024	.0024	.0024	.0024	.0024
-2.1	.0026	.0026	.0026	.0026	.0026	.0026	.0026
-2.0	.0027	.0027	.0027	.0027	.0027	.0027	.0027
-1.9	.0029	.0029	.0029	.0029	.0029	.0029	.0029
-1.8	.0030	.0030	.0030	.0030	.0030	.0030	.0030
-1.7	.0031	.0031	.0031	.0031	.0031	.0031	.0031
-1.6	.0032	.0032	.0032	.0032	.0032	.0032	.0032
-1.5	.0033	.0033	.0033	.0033	.0033	.0033	.0033
-1.4	.0034	.0034	.0034	.0034	.0034	.0034	.0034
-1.3	.0035	.0035	.0035	.0035	.0035	.0035	.0035
-1.2	.0036	.0036	.0036	.0036	.0036	.0036	.0036
-1.1	.0037	.0037	.0037	.0037	.0037	.0037	.0037
-1.0	.0038	.0038	.0038	.0038	.0038	.0038	.0038
-0.9	.0039	.0039	.0039	.0039	.0039	.0039	.0039
-0.8	.0040	.0040	.0040	.0040	.0040	.0040	.0040
-0.7	.0041	.0041	.0041	.0041	.0041	.0041	.0041
-0.6	.0042	.0042	.0042	.0042	.0042	.0042	.0042
-0.5	.0043	.0043	.0043	.0043	.0043	.0043	.0043
-0.4	.0044	.0044	.0044	.0044	.0044	.0044	.0044
-0.3	.0045	.0045	.0045	.0045	.0045	.0045	.0045
-0.2	.0046	.0046	.0046	.0046	.0046	.0046	.0046
-0.1	.0047	.0047	.0047	.0047	.0047	.0047	.0047
-0.0	.0048	.0048	.0048	.0048	.0048	.0048	.0048



مثال

- محقق ادعا میکند که میانگین 30 میلیمتر جیوه است. واریانس جامعه معلوم و برابر 0/8 فرض شود.

$$H_0: \mu = 30 \quad H_1: \mu \neq 30$$

$$n = 100 \text{ و } \alpha = 0.05$$

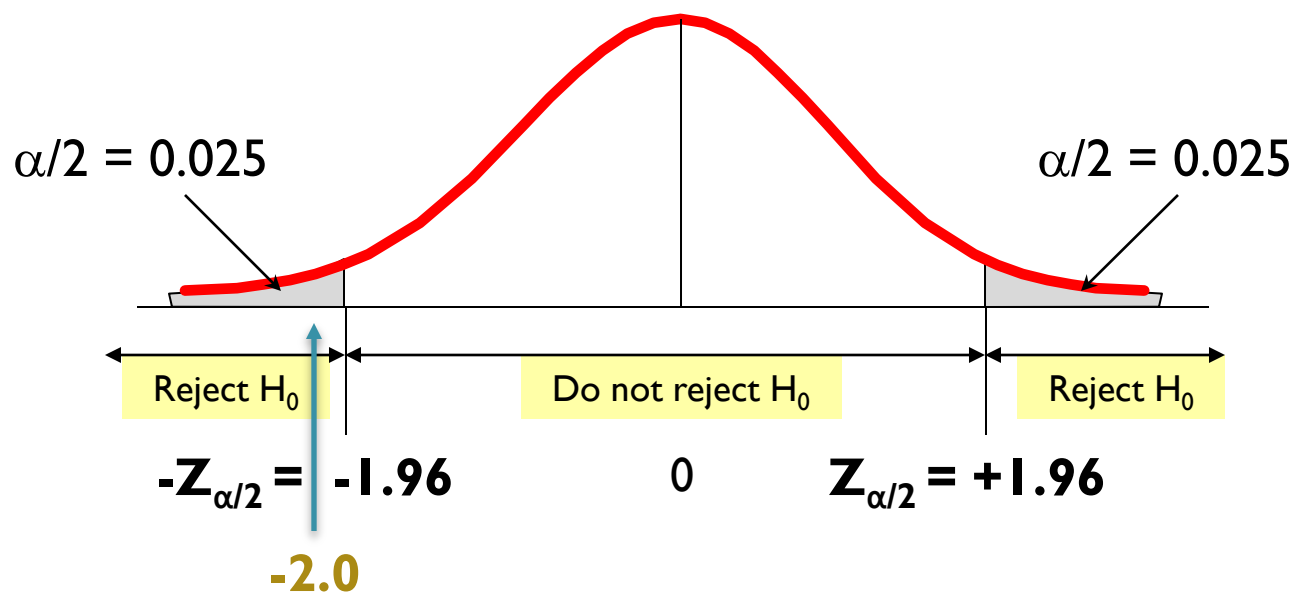
چون واریانس معلوم است از آماره Z استفاده میکنیم

برای $\alpha = 0.05$ مقدار Z برابر است با ± 1.96

اگر $\bar{X} = 29.84$ مقدار آماره آزمون به صورت زیر بدست می آید.

$$Z_{\text{STAT}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{29.84 - 30}{\frac{0.8}{\sqrt{100}}} = \frac{-0.16}{0.08} = -2.0$$

مثال...



اگر $Z_{STAT} < -1.96$ or

$Z_{STAT} > 1.96$

فرض H_0 رد میشود