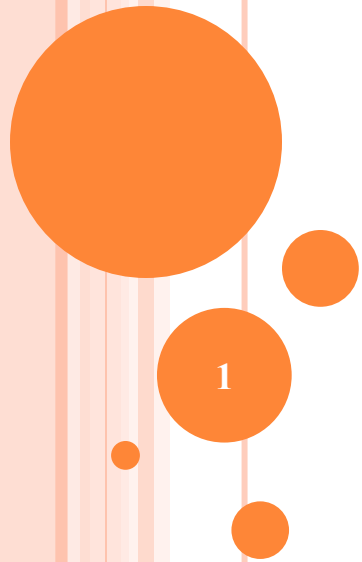


احتمال

جلسه 4



1

در پایان این جلسه دانشجو باید بتواند:

- فضای نمونه و پیشامدهای مورد نظر را بنویسد.
- قوانین احتمال را نام ببرد.
- احتمال پیشامدها را محاسبه کند.
- پیشامدهای متمم را درک کند.
- احتمال اجتماع و اشتراک پیشامدها را محاسبه کند.
- ترتیب و ترکیب انتخاب پیشامدها را حساب کند.

مقدمه

○ در زندگی روزمره چیزی حتمی نیست.

○ ما در مورد شانس برنده شدن در یک مسابقه، شانس پیروزی در یک تجارت،

شانس قبولی در یک آزمون، شانس نتیجه دادن یک روش درمانی صحبت

میکنیم

تاریخچه

- احتمال برای اولین در مسابقات قمار کشف شد.



روشهای محاسبه احتمال

○ فراوانی نسبی

تعداد رخداد تقسیم بر کل نمونه

○ روش قضاوتی

با دیدن ابر در آسمان احتمال بارندگی وجود دارد.

تعریف

○ آزمایش: فرآیندی که منجر به نتیجه ایی میشود که نمیتوان با قطعیت آن را پیش بینی کرد.

مثال:

○ پرتاب سکه

○ انتخاب یک کارت از مجموعه کارتها

تعریف

- **فضای نمونه:** تمام پیامدهای ممکن یک آزمایش را فضای نمونه مینامیم و با S نشان میدهیم. (فضای نمونه در پرتاب یک سکه یا تاس)
- **پیشامد:** هر زیر مجموعه ایی از فضای نمونه است که با A, B, \dots نشان داده میشود. (پیشامد شیر آمدن در پرتاب سکه و یا پیشامد رویت عدد زوج در پرتاب تاس)
- **پیشامد ساده:** پیشامدی که فقط یک نتیجه دارد.
- **پیشامد تهی:** مجموعه تهی (Φ)
- **پیشامد حتمی:** فضای نمونه S

قوانین احتمال

$$0 \leq P(A) \leq 1,$$

۱. برای هر پیشامد A داریم:

$$P(\Phi) = 0$$

۲. احتمال پیشامد تهی صفر است.

$$P(S) = 1$$

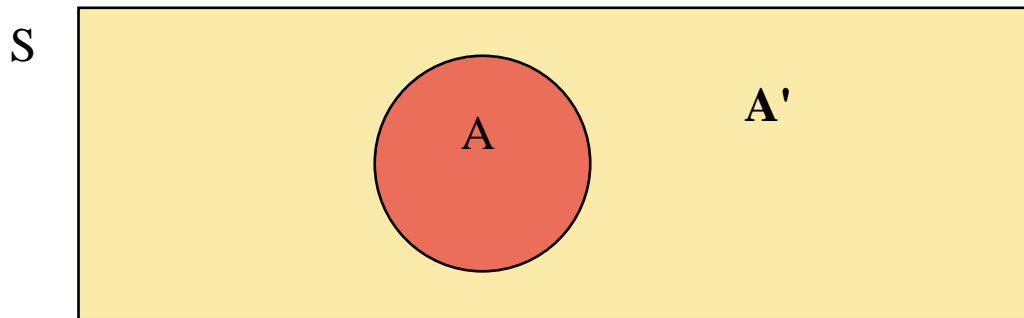
۳. احتمال فضای نمونه یک است.

$$P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) + \dots + P(E_n) = 1$$

قوانین احتمال

$$P(A') = 1 - P(A) \quad .۴$$

برای هر پیشامد A ، A' متمم A نامیده میشود. A' شامل تمام پیشامدهایی میشود که در فضای نمونه هستند ولی در A نیستند.



قانون جمع

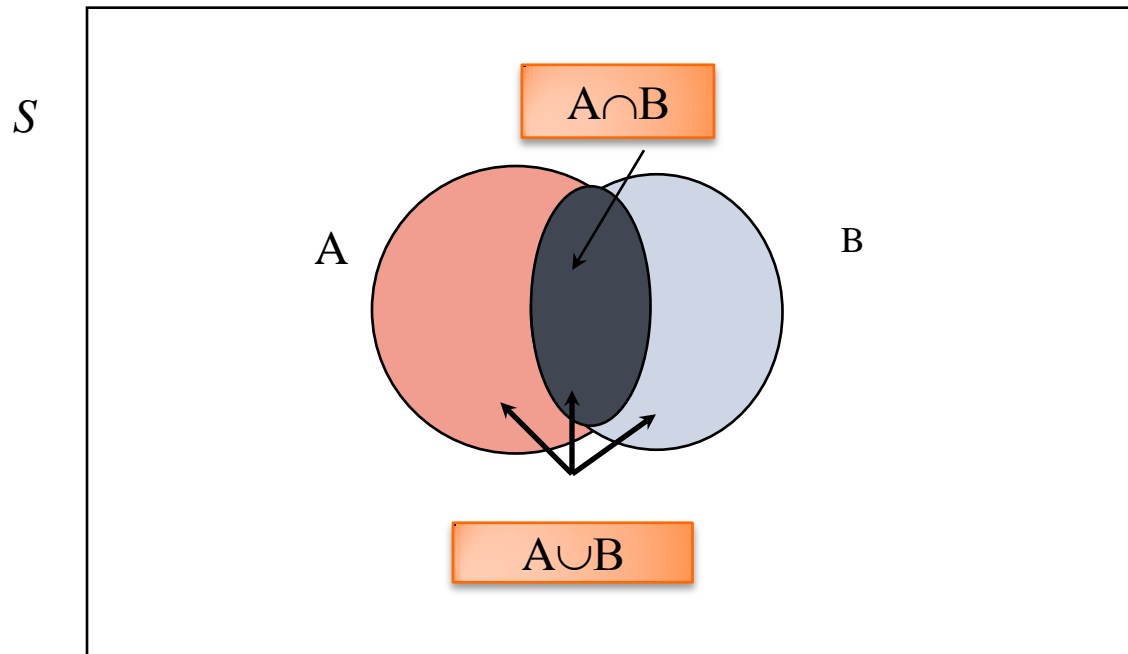
۵. قانون کلی جمع به صورت زیر است.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

اگر A , B پیشامدهایی باشند که در فضای نمونه اشتراک با هم ندارند، احتمال اجتماعشان به صورت جمع احتمال A , B نوشته میشود.

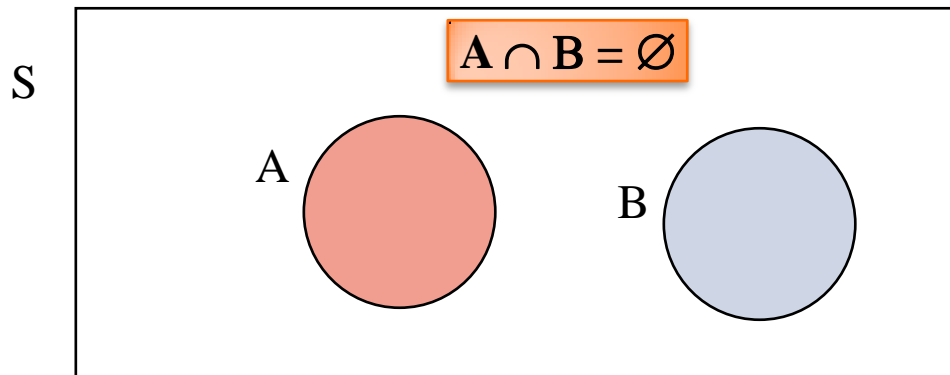
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

اجتماع و اشتراك پيشامدها



پیشامدهای ناسازگار

○ این پیشامدها در فضای نمونه S هیچگونه اشتراکی ندارند.



پیشامدهای مستقل

○ ۵. اگر A , B دو پیشامد مستقل باشند آنگاه داریم:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

مثال

○ در پرتاب یک تاس فضای نمونه و پیشامد های رویت عدد زوج و پیشامد رویت عدد ۳ و کمتر را بنویسید. سپس احتمال اجتماع این دو پیشامد را محاسبه کنید

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \text{عددهای زوج} = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \text{عدد ۳ و کمتر} = \{1, 2, 3\}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(\{2, 4, 6\}) + P(\{1, 2, 3\}) - P(\{2\})$$

$$= 3/6 + 3/6 - 1/6 = 5/6$$

ترتیب

A B C D E

○ چند راه برای انتخاب ۲ حرف از ۵ حرف بالا وجود دارد اگر انتخاب ها بدون جایگذاری و ترتیب حروف انتخاب شده مهم باشد.

$$\underline{5} \times \underline{4} = 20 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = 5 \times 4$$

$$\text{Notation: } {}_5P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = 20$$

ترکیب

A B C D E

○ چند راه برای انتخاب ۲ حرف از ۵ حرف بالا وجود دارد اگر انتخابها بدون جایگذاری و ترتیب انتخابها مهم نباشد؟

$$\binom{5}{2} = {}_5C_2 = \frac{5!}{(5-2)!2!} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \times 4}{1 \times 2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$\binom{n}{r} = {}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$